

Przetwarzanie dźwięków i obrazów

Filtry cyfrowe

część 3:

FILTRY ADAPTACYJNE

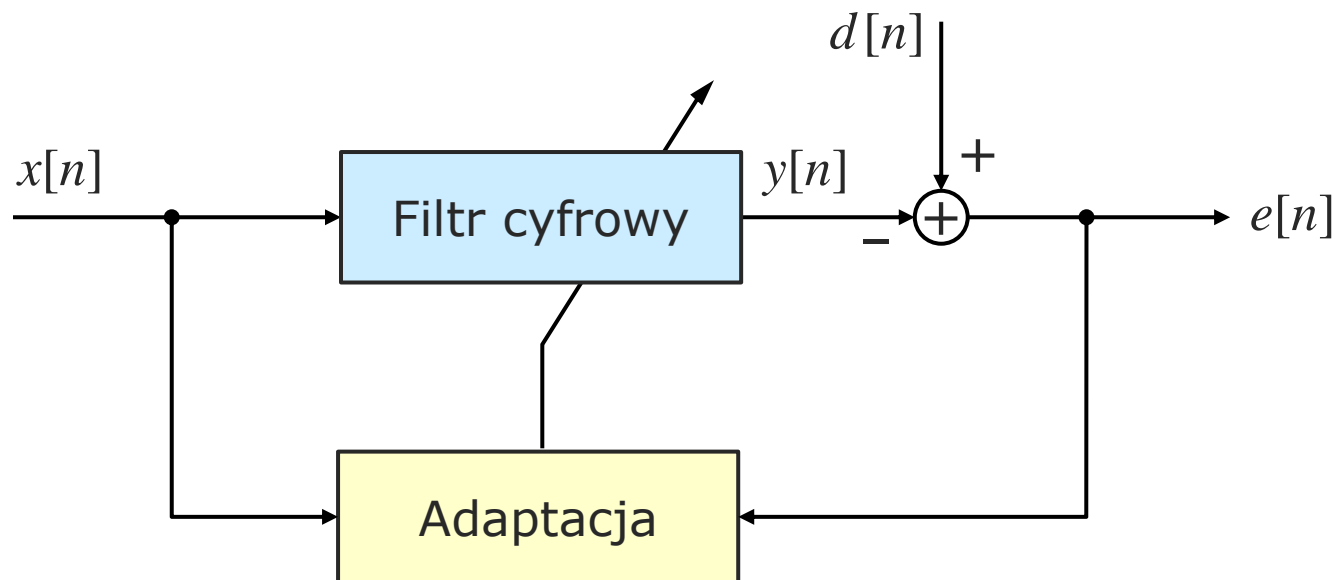
Opracowanie: Grzegorz Szwoch

Politechnika Gdańska, Katedra Systemów Multimedialnych

greg@multimed.org

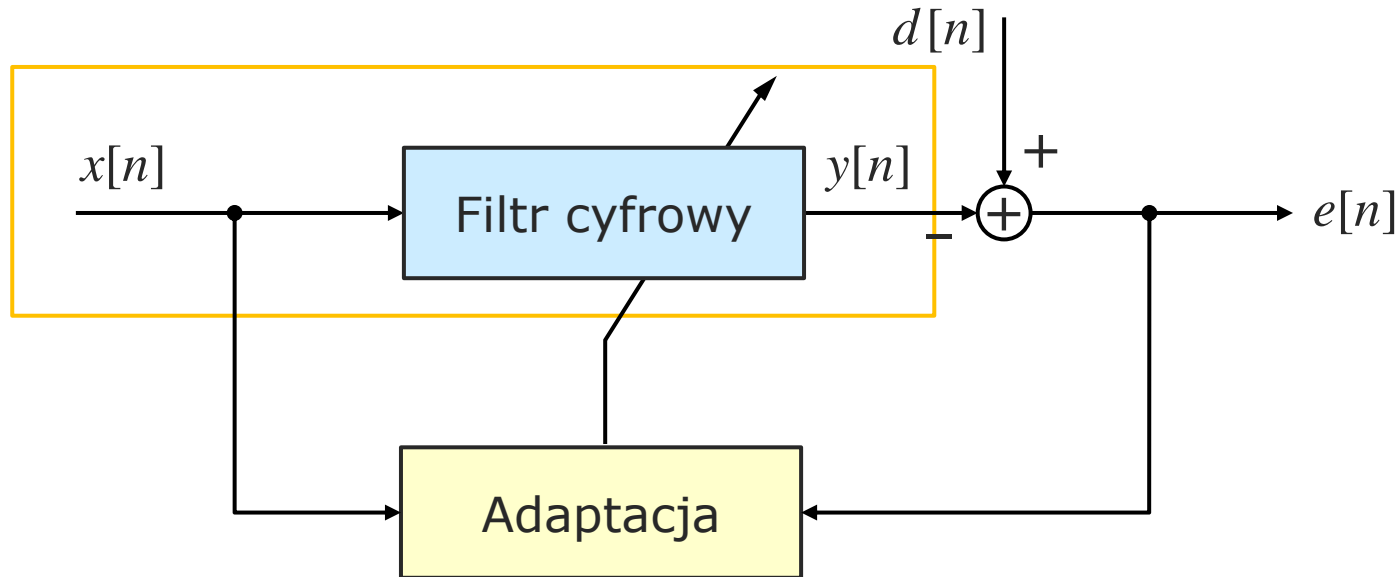
- „Zwykłe” (statyczne) filtry cyfrowe mają stały zbiór współczynników i stałe charakterystyki.
- Zakładamy, że wiemy co należy odfiltrować z sygnału (np. zakłócenie).
- W wielu praktycznych przypadkach charakter „zakłócenia” **nie jest znany**, i/lub **jest zmienny**.
- Standardowe filtry nie poradzą sobie w takim przypadku.
- Potrzebny jest algorytm, który **zaadaptuje** filtr do zmiennego charakteru zakłóceń, tak aby uzyskać pożądany efekt filtracji.

Filtr adaptacyjny (*adaptive filter*) to filtr, którego współczynniki są obliczane przez algorytm, tak aby uzyskać pożądany efekt filtracji.



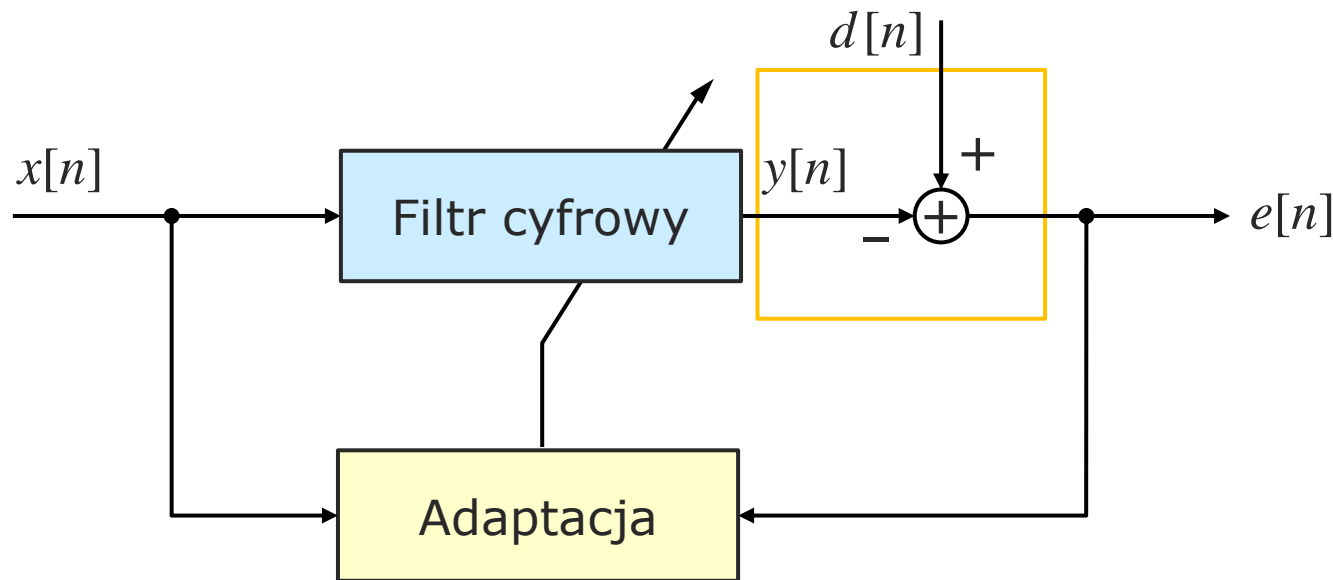
Krok 1: sygnał wejściowy $x[n]$ jest przetwarzany przez filtr cyfrowy typu FIR o długości L i współczynnikach w_i , nazywanych **wagami** (*weight*). Powstaje sygnał $y[n]$:

$$y[n] = w[n] * x[n]$$



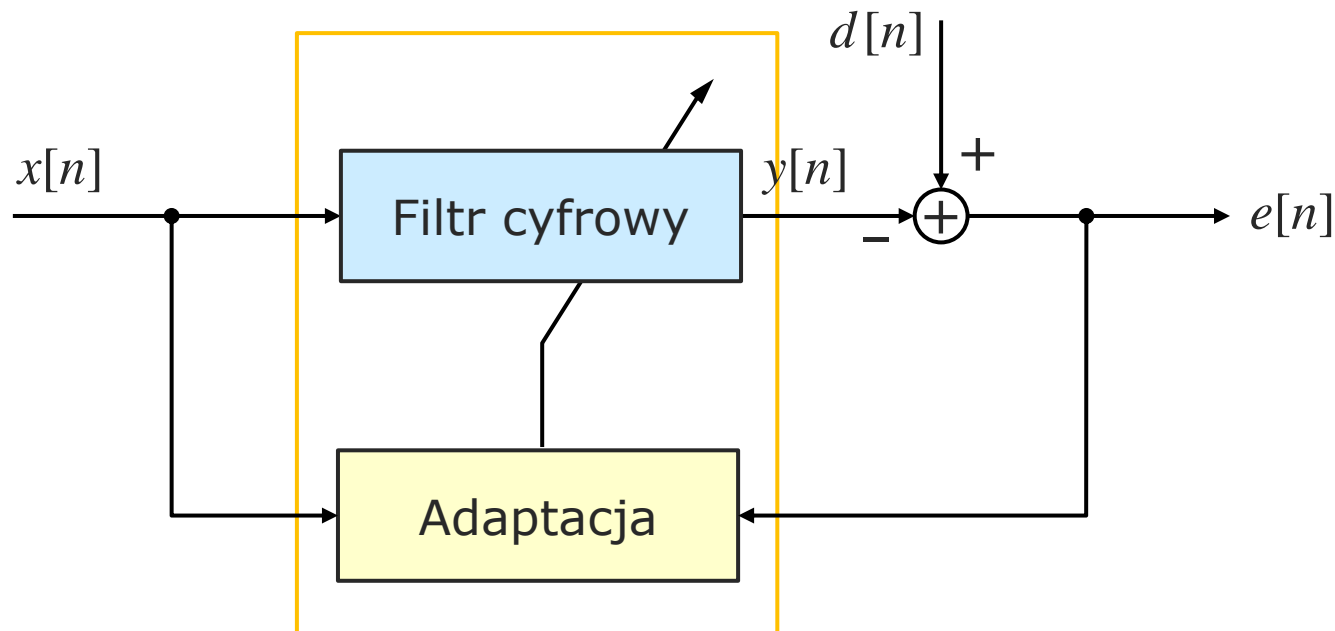
Krok 2: od sygnału **referencyjnego** $d[n]$, nazywanego też sygnałem **pożądanym** (*desired*), odejmowany jest wynik filtracji. Powstaje **sygnał różnicowy** $e[n]$, nazywany też sygnałem **błędu** (*error*):

$$e[n] = d[n] - y[n]$$



Krok 3: na podstawie wartości sygnału błędu i sygnału wejściowego wykonywana jest **adaptacja**
– modyfikacja współczynników filtra:

$$w_i[n+1] = w_i[n] + f(e[n])$$



- Kroki 1-3 są powtarzane dla każdej nowej próbki sygnału wejściowego i referencyjnego.
- Algorytm działa **iteracyjnie** – każdy kolejny krok adaptacji powinien zbliżać układ do **celu**, czyli **zminimalizowania sygnału różnicowego**.
- Jeśli cel zostanie osiągnięty, mówimy o **zbieżności** filtru adaptacyjnego (*convergence*).
- Filtr przeprowadza adaptację cały czas. Gdy sygnał wejściowy się zmieni, adaptacja jest wznawiana. Filtr „podąża” za zmianami sygnału – „adaptuje się” do niego.

Trochę matematyki.

Wektor L ostatnich próbek sygnału wejściowego:

$$\mathbf{x}[n] = [x[n], x[n-1], \dots, x[n-L+1]]^T$$

Wektor (zmiennych) współczynników (wag) filtra:

$$\mathbf{w}[n] = [w_0[n], w_1[n], \dots, w_{L-1}[n]]^T$$

Wynik filtracji:

$$y[n] = \mathbf{w}^T[n] \cdot \mathbf{x}[n]$$

Sygnał błędu:

$$e[n] = d[n] - y[n] = d[n] - \mathbf{w}^T[n] \cdot \mathbf{x}[n]$$

Najprostszy sposób obliczania uaktualnionych wag filtru::

$$\mathbf{w}[n + 1] = \mathbf{w}[n] + \mu \mathbf{x}[n] e[n]$$

Współczynnik μ („miu”) nazywa się **krokiem adaptacji**.

Algorytm adaptacji działający w ten sposób nazywa się algorytmem **LMS** – *Least Mean Squares*

(algorytm „najmniejszej średniej kwadratów”, albo „minimalizacji błędu średniokwadratowego”).

Jest to podstawowy (ale nie optymalny) algorytm stosowany w filtrach adaptacyjnych.

Podsumowanie algorytmu LMS

Inicjalizacja: wybierz długość filtra L , ustaw wstępne współczynniki filtra (np. losowe lub $1,0,0,0\dots$), wybierz krok adaptacji μ .

1. Pobierz próbkę $x[n]$ i przetwórz ją przez filtr - obliczamy $y[n]$.
2. Oblicz sygnał błędu $e[n] = y[n] - d[n]$.
3. Oblicz nowe współczynniki filtra $w[n]$ ze wzoru.
4. $n := n+1$, GOTO 1.

Dobór wartości kroku adaptacji μ :

- za duża wartość kroku:
 - bierzemy „dużą część” sygnału błędu,
 - algorytm szybko podąża za zmianami sygnału,
 - jeżeli sygnał zmienia się bardzo szybko: filtr może nigdy nie uzyskać zbieżności.
- za mała wartość kroku:
 - bierzemy „małą część” sygnału błędu,
 - algorytm uśrednia (wygładza) zmiany w sygnale,
 - po adaptacji może okazać się, że sygnał już się zmienił (filtr nie nadąża za sygnałem).

- Ponieważ układ adaptacyjny ma pętlę sprzężenia zwrotnego, może on stać się niestabilny. Wtedy nie uzyskamy zbieżności algorytmu.
- (Uproszczony) warunek stabilności, a więc również zbieżności algorytmu LMS:

$$0 < \mu < \frac{2}{L \cdot P}$$

$$P = E[x^2[n]] = \frac{1}{L} \sum_{i=0}^{L-1} x^2[n-i]$$

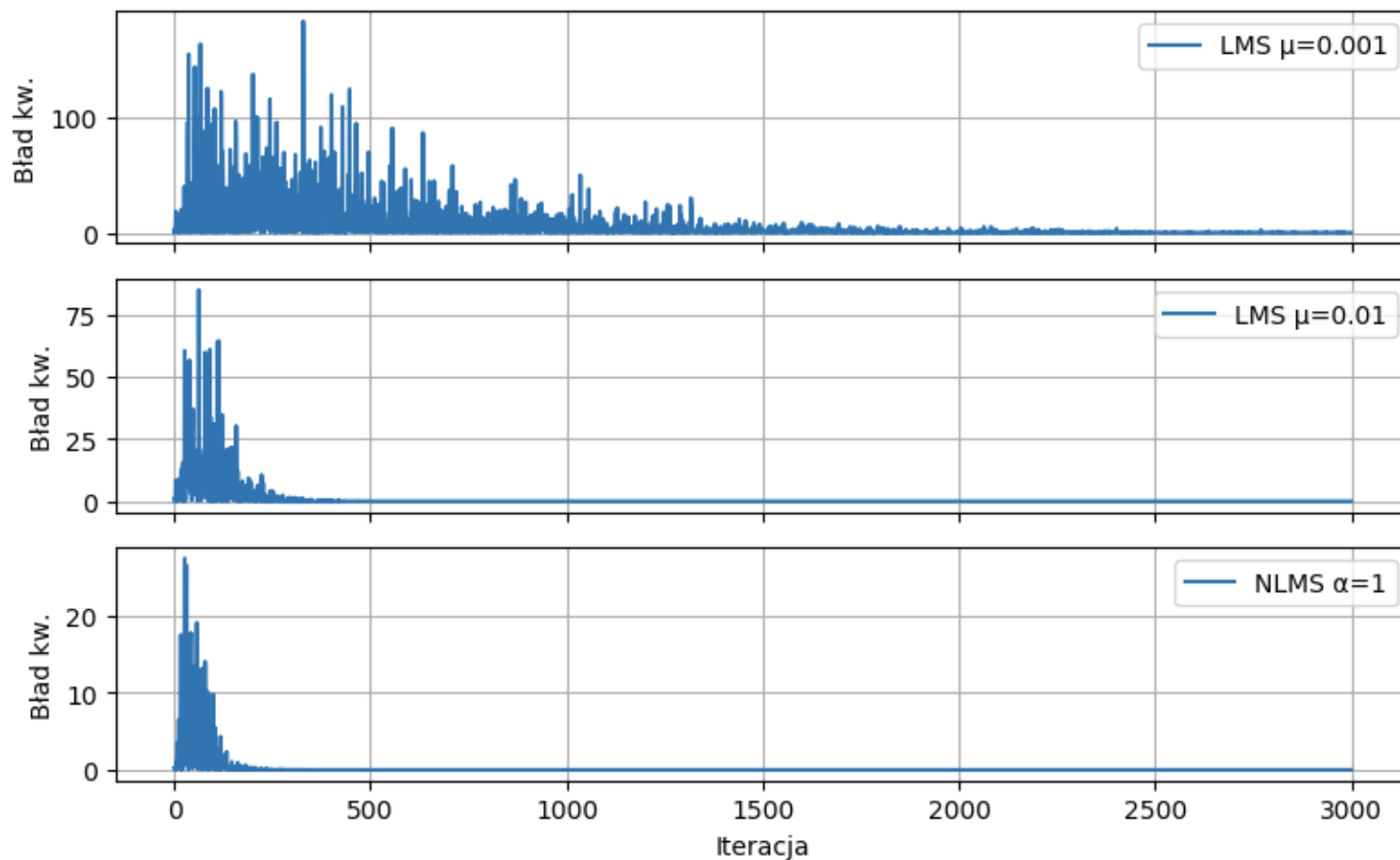
- Większa długość filtra L : potrzebujemy mniejszego kroku adaptacji.
- Większa moc P sygnału x : również mniejszy krok.

- Główna wada algorytmu LMS:
 - stały krok adaptacji,
 - nie uwzględnia tego, jak szybko zmienia się sygnał na wejściu filtra.
- Możemy wprowadzić **zmienny krok adaptacji**:

$$\mu[n] = \frac{\alpha}{L \cdot P[n]} = \frac{\alpha}{\sum_{i=0}^{L-1} x^2[n-i]}$$

- Stała α z zakresu $(0, 2)$.
- Jest to **znormalizowany algorytm LMS – NLMS**.
- Poprawia szybkość zbieżności.

Ilustracja procesu adaptacji – zbieżności:
wykresy pokazują kwadrat wartości błędu

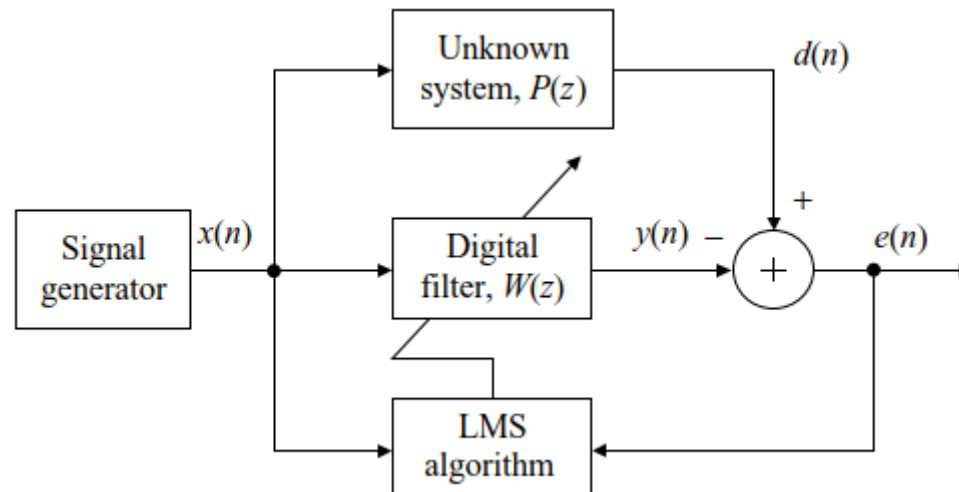


- Jeżeli charakter sygnału, do którego dopasowuje się filtr adaptacyjny, jest stały, wystarczy że filtr osiągnie zbieżność i dalej już normalnie filtruje.
- W praktycznych sytuacjach charakter sygnału (zakłócenia) jest zmienny.
- Ważną cechą filtru adaptacyjnego jest to, że adaptacja może zachodzić przez cały czas.
- Po osiągnięciu wstępnej zbieżności, filtr ciągle adaptuje się do zmian sygnału.

Zastosowanie: identyfikacja systemu.

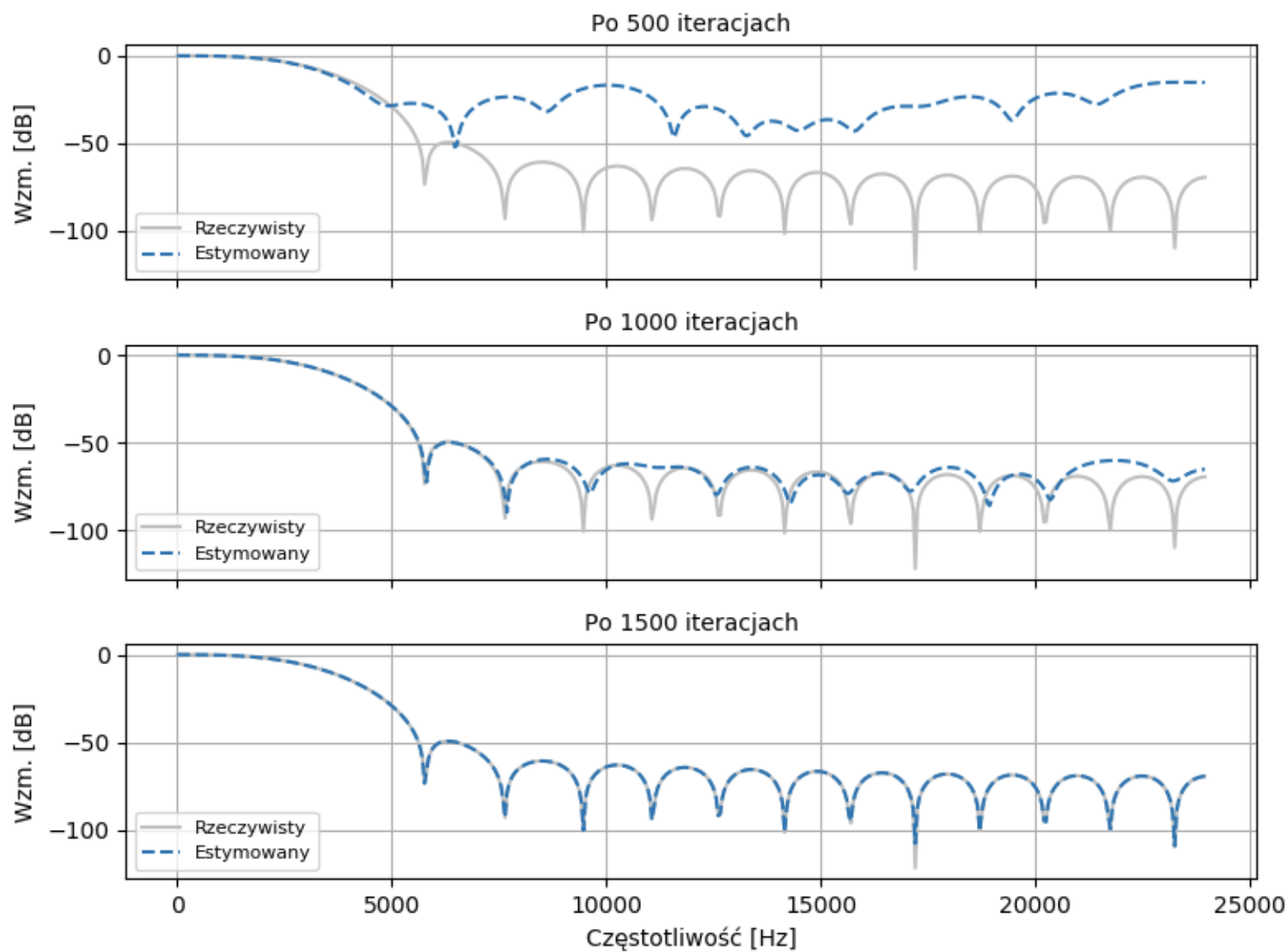
Mamy „czarną skrzynkę” $P(z)$. Stosujemy filtr adaptacyjny $W(z)$ podając ten sam sygnał na wejścia obu układów i minimalizujemy błąd $e[n]$.

Dostajemy $W(z) \approx P(z)$, czyli poznajemy charakterystykę „czarnej skrzynki”.



Przykład identyfikacji:

- Badany system to filtr dolnoprzepustowy FIR 3 kHz, o długości 31. Traktujemy go jako nieznaną układ – „czarna skrzynka”.
- Tworzymy filtr adaptacyjny o długości min. 31, nadajemy losowe wstępne wagi.
- Stosujemy algorytm LMS z krokiem 0,01.
- Pobudzamy oba układy tym samym sygnałem - białym szumem.

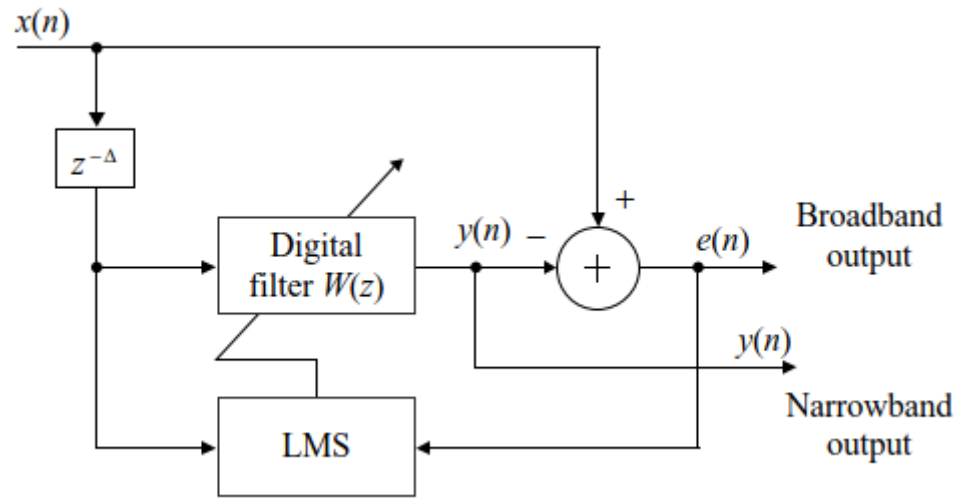


Zastosowanie: adaptacyjna predykcja sygnału

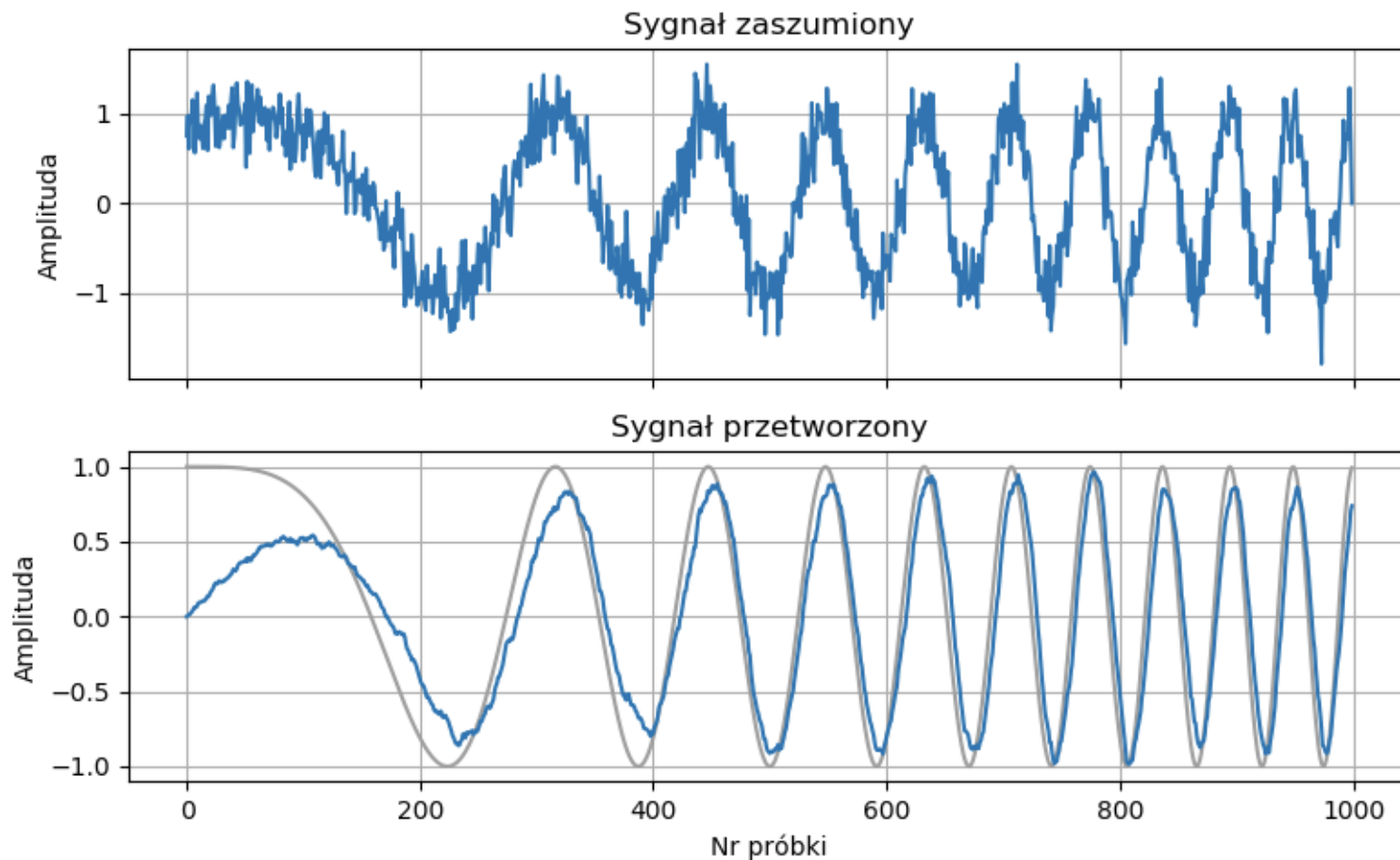
Na podstawie poprzednich próbek sygnału, przewidujemy wartość kolejnej próbki.

Sygnał na wejściu filtru adaptacyjnego jest opóźniany.

Zastosowania: kompresja danych, redukcja szumu.

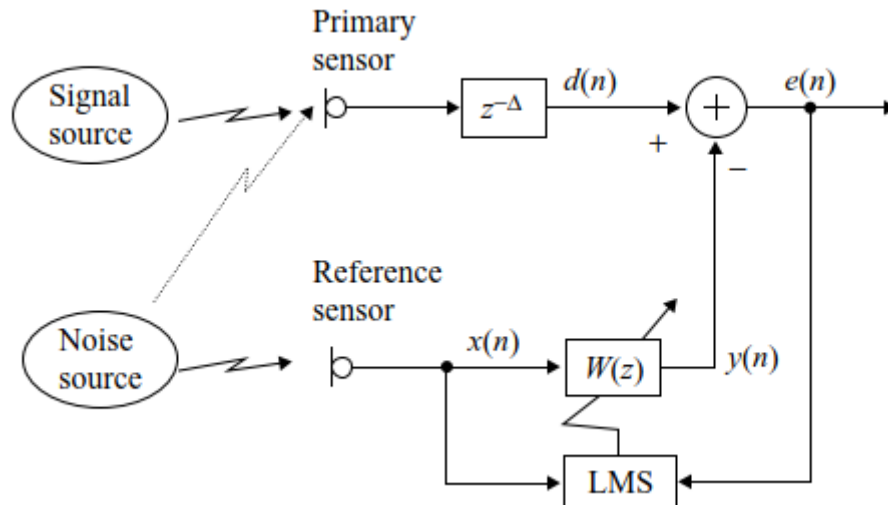


Przykład: redukcja szumu w sygnale na podstawie predykcji jedną próbkę wstecz (NLMS $\alpha=0,01$)



Zastosowanie: redukcja szumu

- Sygnał referencyjny: sygnał użyteczny + zakłócenie.
- Sygnał filtrowany: reprezentatywna próbka zakłócenia.
- Sygnał różnicowy e : oczyszczony sygnał.
- W tym przypadku filtr estymuje zakłócenie.

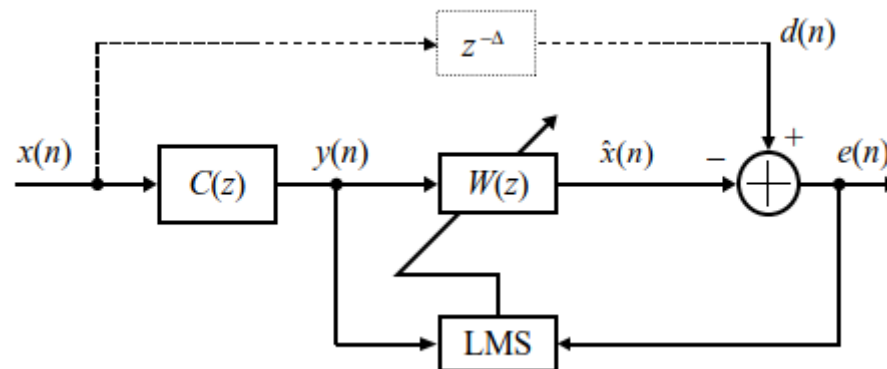


- Istotnym pojęciem jest **korelacja** sygnałów, która oznacza statystyczne podobieństwo sygnałów.
- Sygnał referencyjny składa się z sygnału użytecznego (np. mowy) i zakłócenia (np. szumu).
Oba sygnały nie są ze sobą skorelowane.
- Sygnał podawany na wejście filtru **musi** być skorelowany z zakłóceniem obecnym w przetwarzanym sygnale (próbka zakłóceń).
- Sygnał podawany na wejście filtru **nie może** być skorelowany z sygnałem użytecznym, czyli nie może w nim być np. mowy.

- Przykład praktycznej implementacji: zestaw głośnomówiący w samochodzie.
- Skąd wziąć reprezentatywną próbkę szumów i zakłóceń? Różne podejścia.
- Osobny mikrofon – zbiera tylko szумы i zakłócenia (kłopotliwe odseparowanie od sygnału użytecznego, np. mowy).
- Ten sam mikrofon, ale wykrywana jest obecność mowy (VAD), próbki szumu są pozyskiwane z okresów bez mowy i opóźniane.

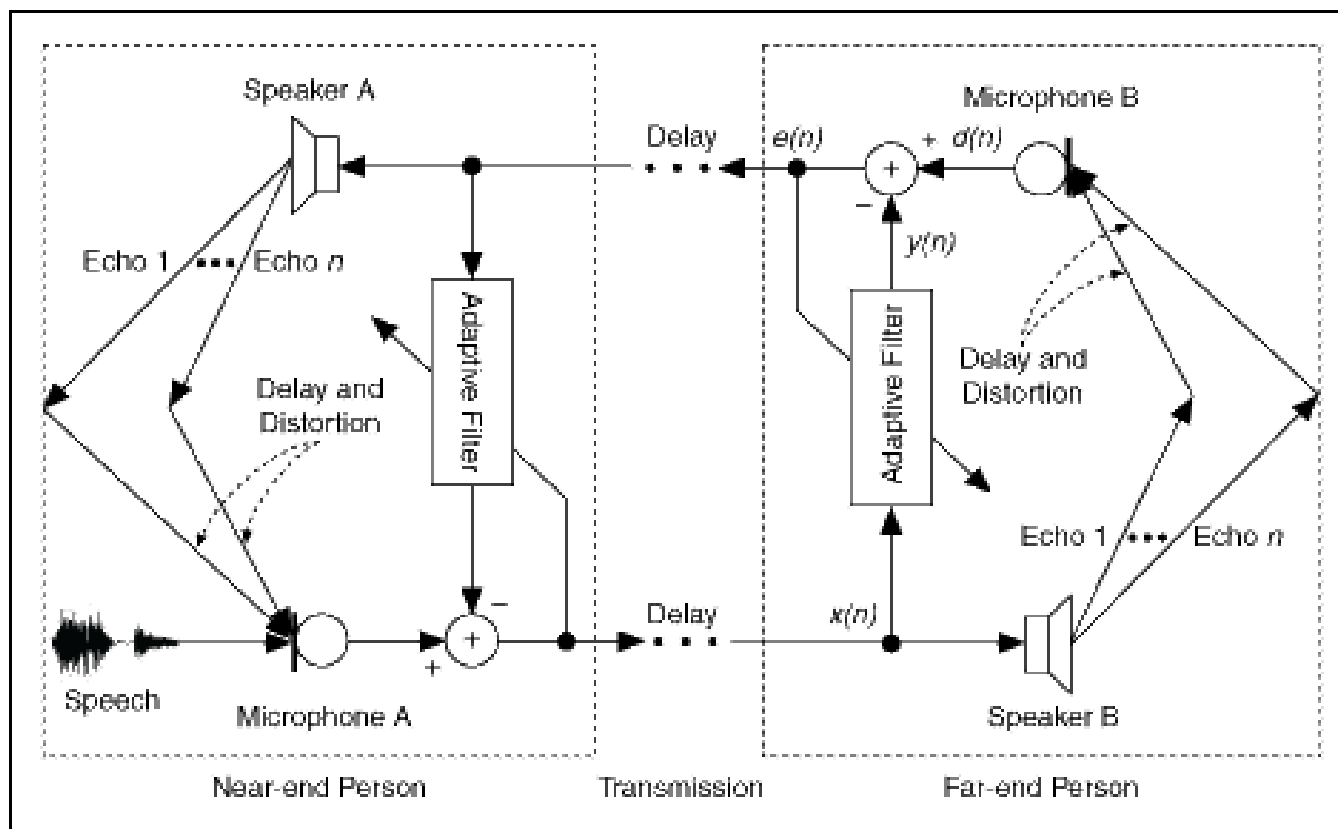
Zastosowanie: kompensacja charakterystyki kanału

- Sygnał jest zniekształcany przez kanał transmisyjny o nieznanej charakterystyce $C(z)$.
- Filtr adaptacyjny kompensuje te zniekształcenia: $W(z) = 1 / C(z)$.
- Wymagany trening: sygnał testowy przesyłany przez kanał, taki sam sygnał generowany przez odbiorcę.



Zastosowanie: usuwanie echa telekomunikacyjnego

Sygnal od mówcy dalekiego B jest zbierany przez mikrofon A (z pogłosem) i wraca do mówcy B jako echo.



Usuwanie echa telekomunikacyjnego

- Sygnał referencyjny: przychodzący od dalekiego mówcy.
- Sygnał poddawany filtracji: zebrany przez mikrofon bliskiego mówcy – mowa dalekiego mówcy, opóźniona i z dodanym pogłosem.
- Adaptacja: tylko wtedy, gdy bliski mówca nie mówi.
- Filtracja: usunięcie echa z sygnału przekazywanego do dalekiego mówcy.

Aktywne tłumienie szumu w słuchawkach

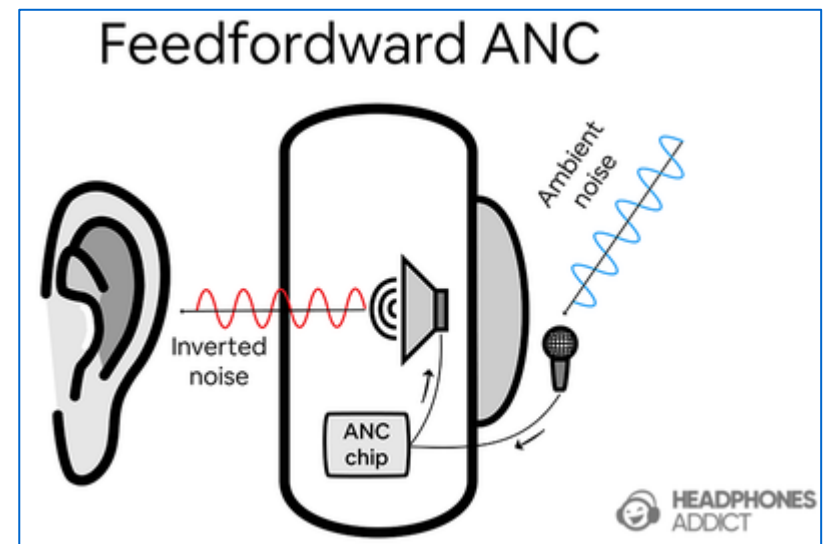
Active/Adaptive Noise Cancellation (ANC)



- Do ucha dociera sygnał ($S+N$):
 - sygnał S emitowany przez słuchawkę,
 - szum i zakłócenia N z otoczenia.
- Układ ANC wytwarza **antyszum** A (*antinoise*).
- Antyszum jest dodawany do sygnału S ze słuchawki.
- Do ucha dociera: ($S+A+N$).
- Celem układu ANC jest przybliżenie: $A = -N$.
Wtedy szum zostaje zredukowany: $S-N+N = S$.

Układ ANC typu *feedforward* (FF)

- Mikrofon **na zewnątrz** słuchawki zbiera szum oraz zakłócenia.
- Układ ANC oblicza antyszum i dodaje go do sygnału.
- Szum wewnątrz słuchawki jest inny, niż zarejestrowany przez mikrofon: opóźniony i zmieniony przez **pasywne tłumienie** słuchawki.
- **Filtr FF** modeluje tłumienie i opóźnienie wprowadzane przez słuchawkę.



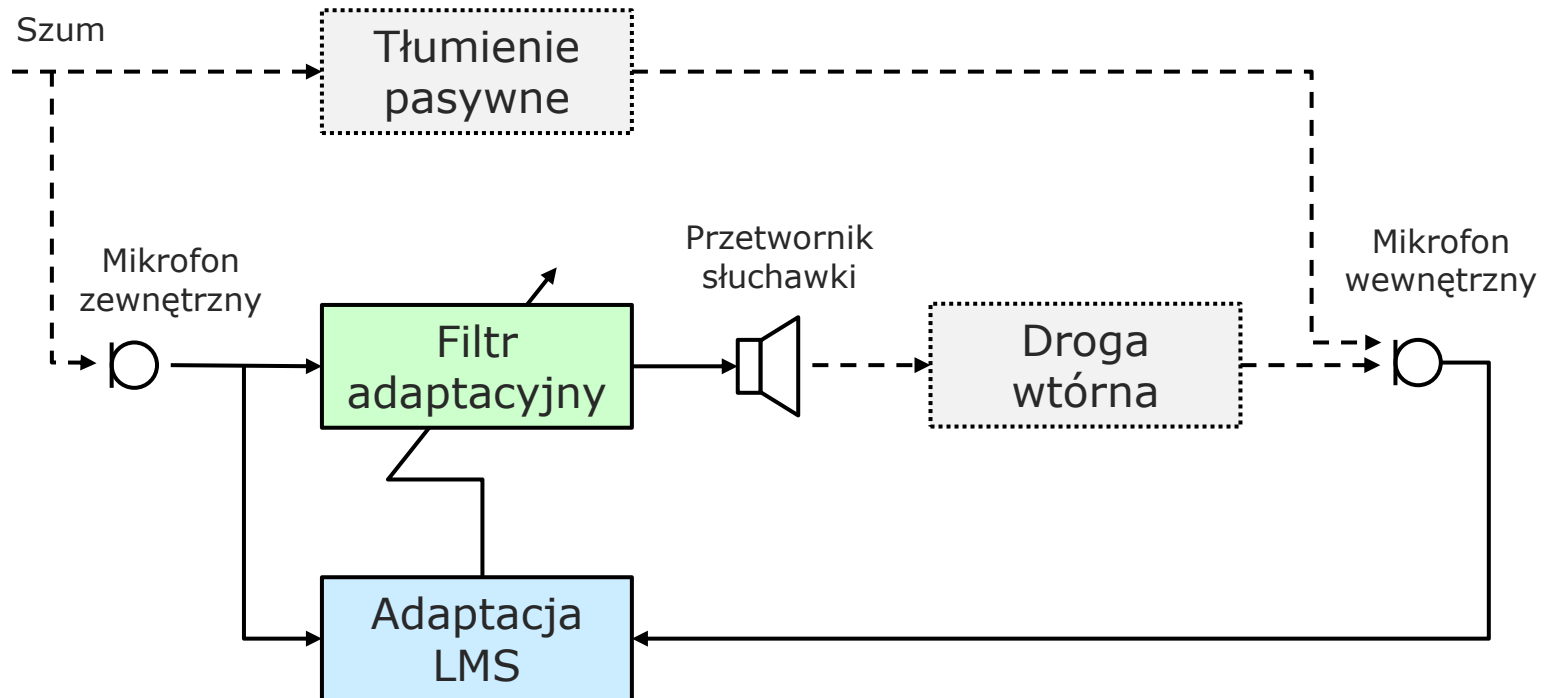
ANC FF z filtrem typu statycznego:

- stały filtr, zwykle IIR – niskie opóźnienia,
- współczynniki dobrane na podstawie pomiarów na „standardowym uchu”,
- skuteczność ANC zależy od wymiarów i kształtu ucha, dopasowania słuchawki, itp.

ANC FF z filtrem adaptacyjnym:

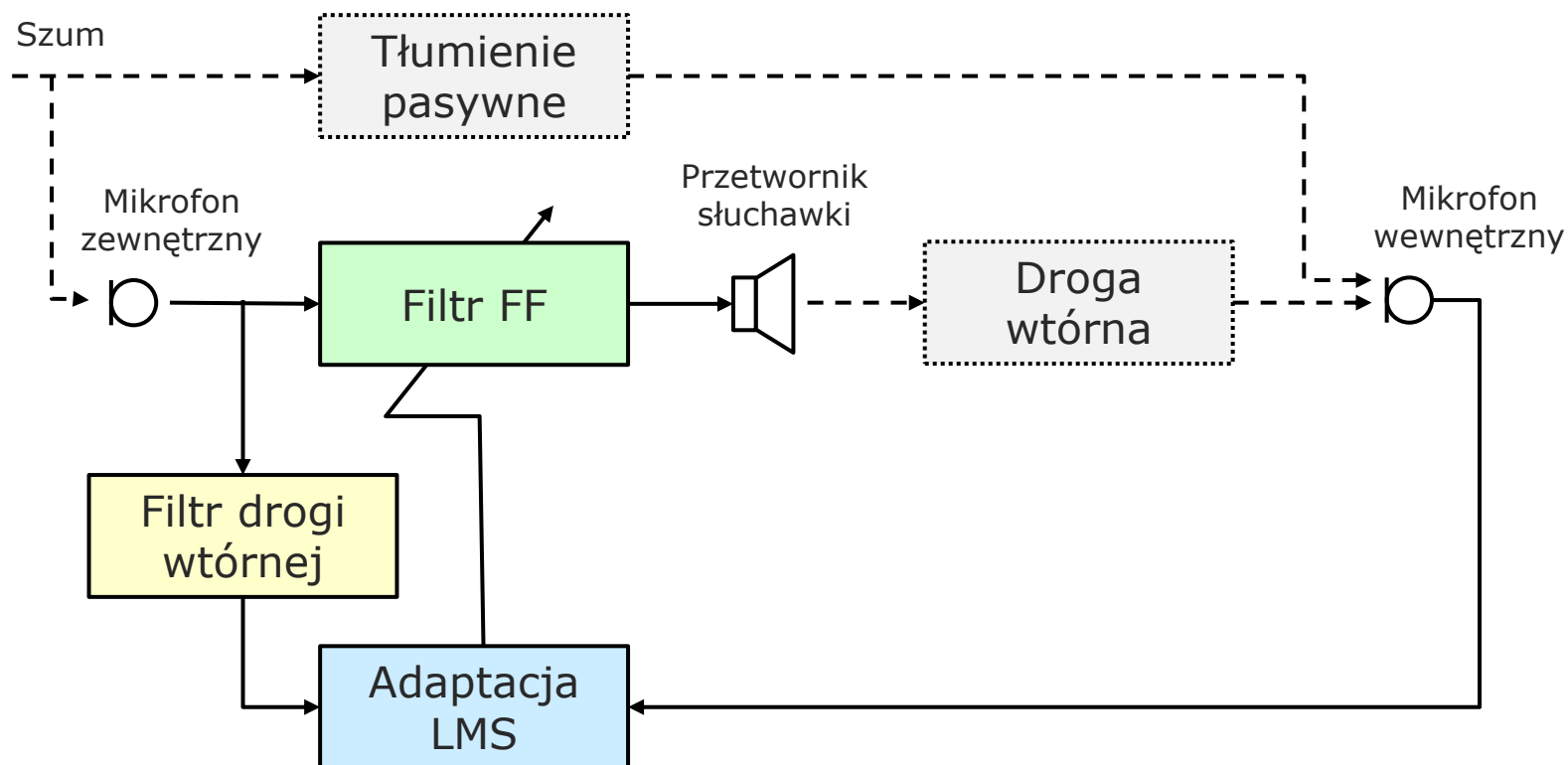
- filtr FF typu adaptacyjnego,
- wymaga drugiego mikrofonu wewnątrz słuchawki,
- bardziej złożony algorytm,
- może lepiej dopasować się do zmiennego szumu.

Schemat adaptacyjnego układu ANC FF



Taki układ nie zadziała poprawnie: droga wtórna nie jest kompensowana przez filtr.

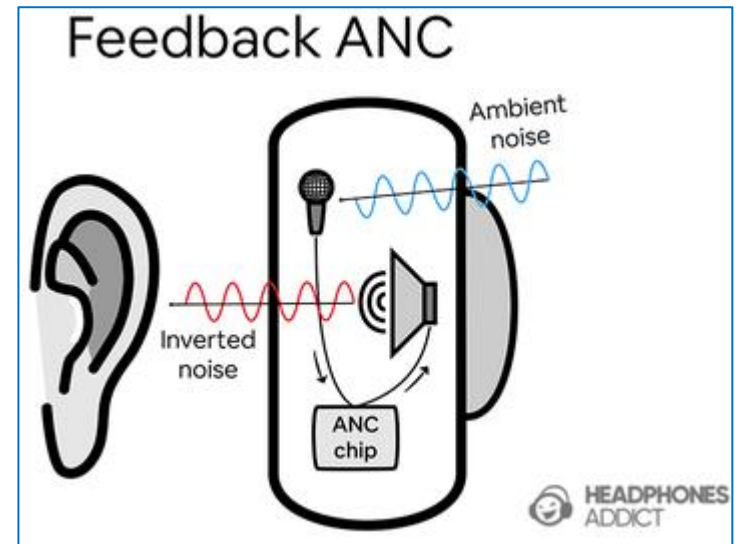
ANC FF z filtrem kompensującym drogę wtórną



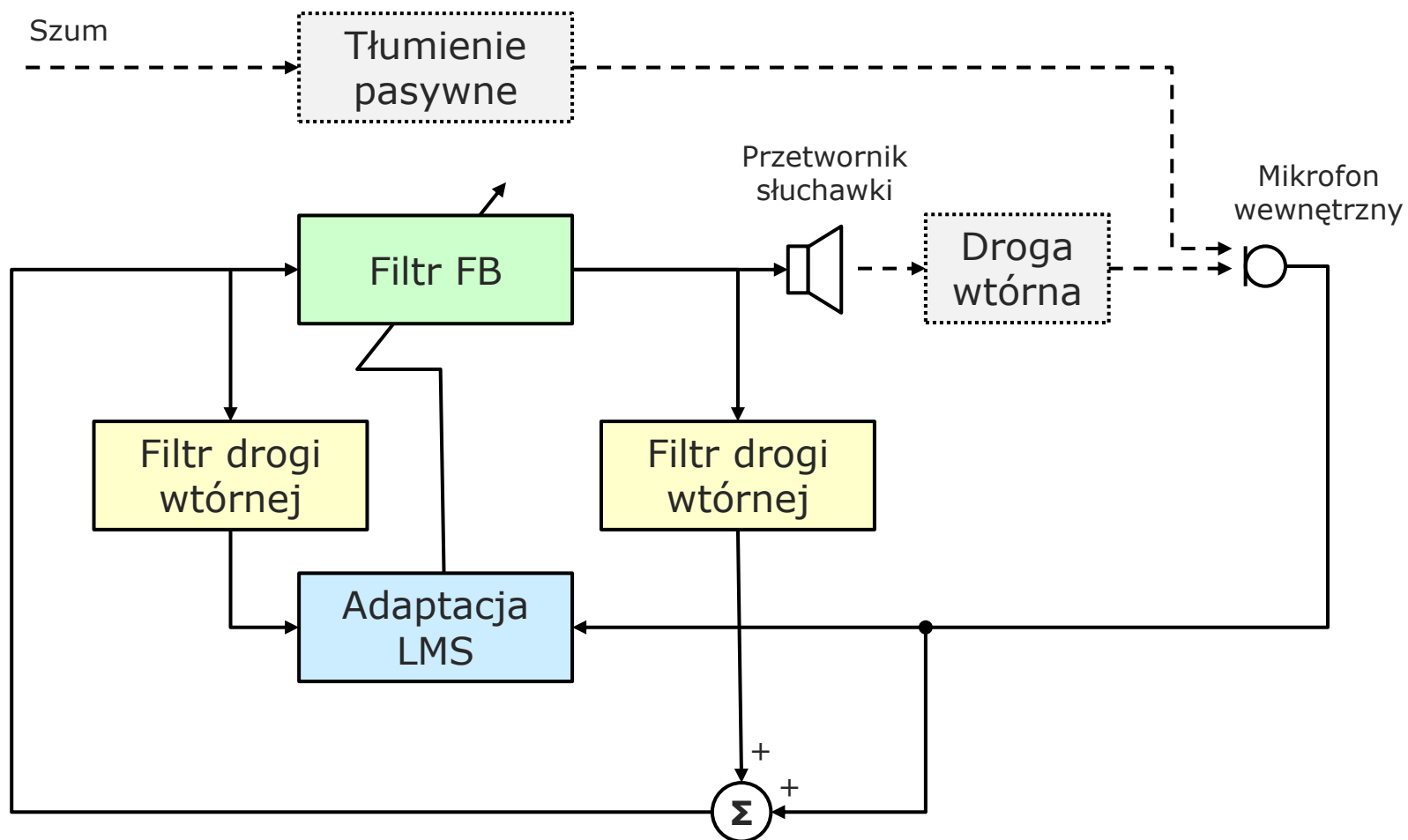
Taki algorytm nazywa się *Filtered X Least Mean Squares* (**FXLMS**) – podstawowy algorytm adaptacyjny w ANC.

Układ ANC typu *feedback* (FB)

- Mikrofon **wewnątrz** słuchawki zbiera szum już pasywnie stłumiony przez słuchawkę.
- Ale zbiera również sygnał wyemitowany przez słuchawkę.
- Zadaniem **filtru FB** jest obliczenie antyszumu na podstawie sygnału odebranego przez mikrofon.
- Podobnie jak w ANC FF, filtr FB może być statyczny (np. IIR) lub adaptacyjny.



Adaptacyjny układ ANC FB z algorytmem FXLMS



Układ ANC FF:

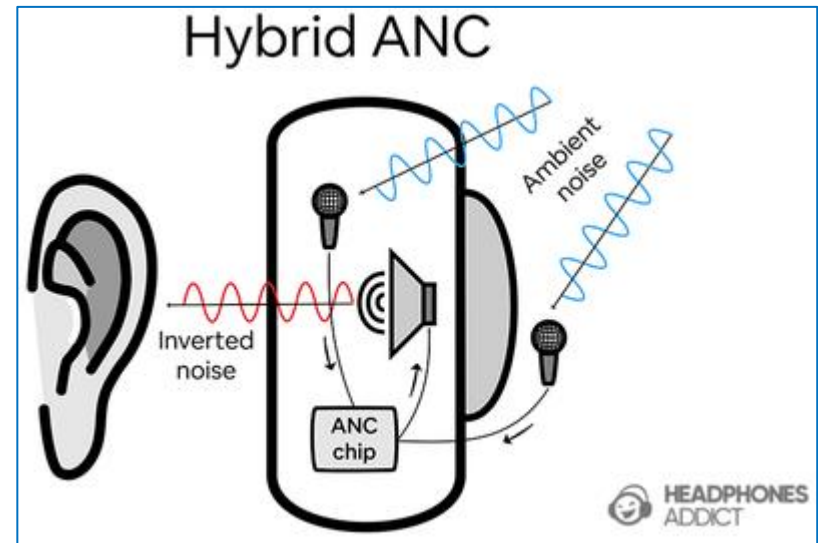
- mikrofon „dalej od ucha” – więcej czasu na obliczenia, skuteczniejsza redukcja szumu;
- większa skuteczność na wyższych cz. (do ok. 4 kHz),
- mała skuteczność na niskich cz. (np. szum wiatru).

Układ ANC FB:

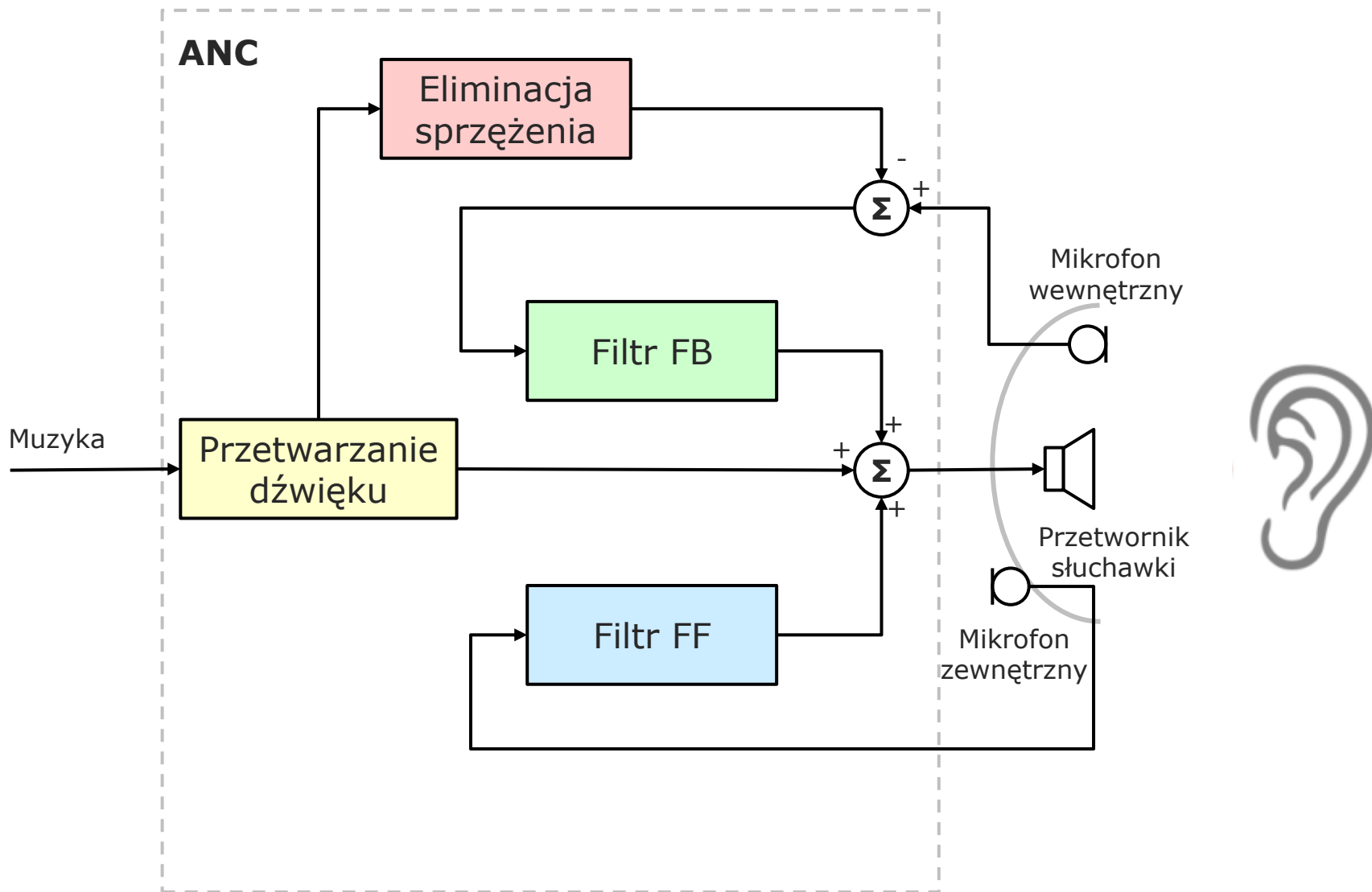
- bardziej skuteczny niż FF na niskich cz.,
- mniej skuteczny na wysokich cz. (>800 Hz),
- mniej czuły na zmiany ułożenia słuchawki,
- łatwiej stosować filtr adaptacyjny – wystarczy jeden mikrofon.

Hybrydowy układ ANC (*hybrid ANC*)

- Łączy układy FF i FB.
- Wymaga mikrofonu zewnętrznego i wewnętrznego.
- Dobra skuteczność tłumienia szumu na niskich i na wysokich częstotliwościach.
- Każdy z filtrów: FF i FB może być statyczny lub adaptacyjny.
- Układ często stosowany we współczesnych słuchawkach.



Ogólny schemat hybrydowego ANC



Filtry adaptacyjne - podsumowanie

- Filtry adaptacyjne umożliwiają dostosowanie charakterystyki do zakłócenia.
- Adaptacja może być przeprowadzana w sposób ciągły, gdy charakter zakłócenia się zmienia.
- Długość filtra FIR i krok adaptacji mają wpływ na szybkość zbieżności i na stan ustalony.
- Filtry adaptacyjne mają szereg praktycznych zastosowań w przetwarzaniu dźwięku i nie tylko.
- Omówiliśmy najważniejsze algorytmy adaptacji: LMS, NLMS i FXLMS. Istnieje również wiele innych.

Niektóre rysunki pochodzą z / Some figures are taken from:

Sen M. Kuo, Bob H. Lee, Wensun Tian: *Real-Time Digital Signal Processing*, 2nd Edition
(Chapter 7: Adaptive Filtering).

©2006 John Wiley and Sons

Peter Susic: What is Active Noise Cancellation (ANC), How It Works & Types Explained.
Headphones Addict

<https://headphonesaddict.com/anc-headphones-and-sound-waves/>