

# Struktury algorytmów IIR

Równanie różnicowe – algorytm systemu IIR (ang. *Infinite Impulse Response*) nazywany też LCCDE od ang. *Linear Complex Coefficients Difference Equation*

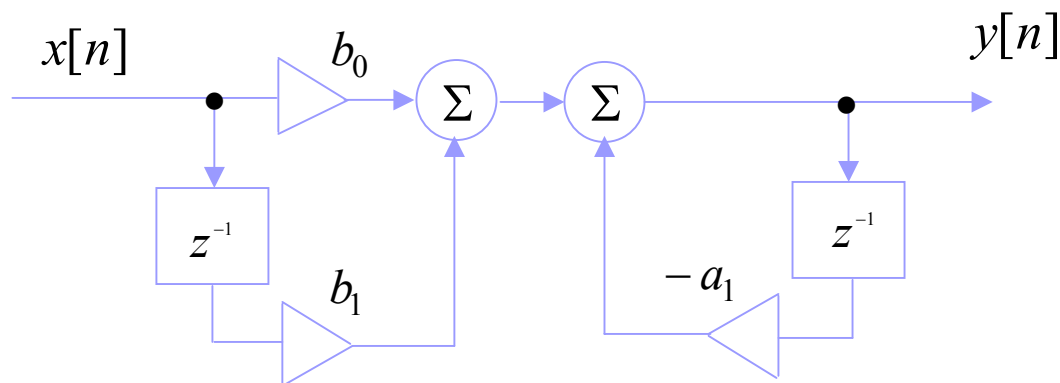
$$y[n] = \sum_{k=0}^M b_k x[n-k] - \sum_{k=1}^N a_k y[n-k] \quad H(z) = \frac{\sum_{k=0}^M b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^N a_k z^{-k}} \quad \begin{array}{c} x[n] \longrightarrow \boxed{H(z)} \longrightarrow y[n] \end{array}$$

Zwykle  $M=N$ , gdzie  $N$  – rząd równania (algorytmu).

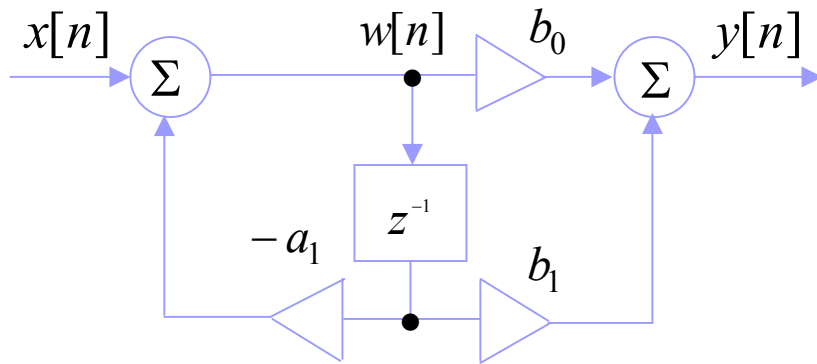
## System IIR pierwszego rzędu

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1}}{1 + a_1 z^{-1}} \quad y[n] = b_0 x[n] + b_1 x[n-1] - a_1 y[n-1]$$

Struktura bezpośrednia 1D (ang. *direct form 1*)



## Struktura bezpośrednia 2D (ang. *direct form 2*)



### Algorytm struktury bezpośredniej 2D

$$w[n] = x[n] - a_1 w[n-1]$$

$$y[n] = b_0 w[n] + b_1 w[n-1]$$

### Sprawdzamy transmitancję

$$W(z) = X(z) - a_1 z^{-1} W(z)$$

$$Y(z) = b_0 W(z) + b_1 z^{-1} W(z)$$

Stąd

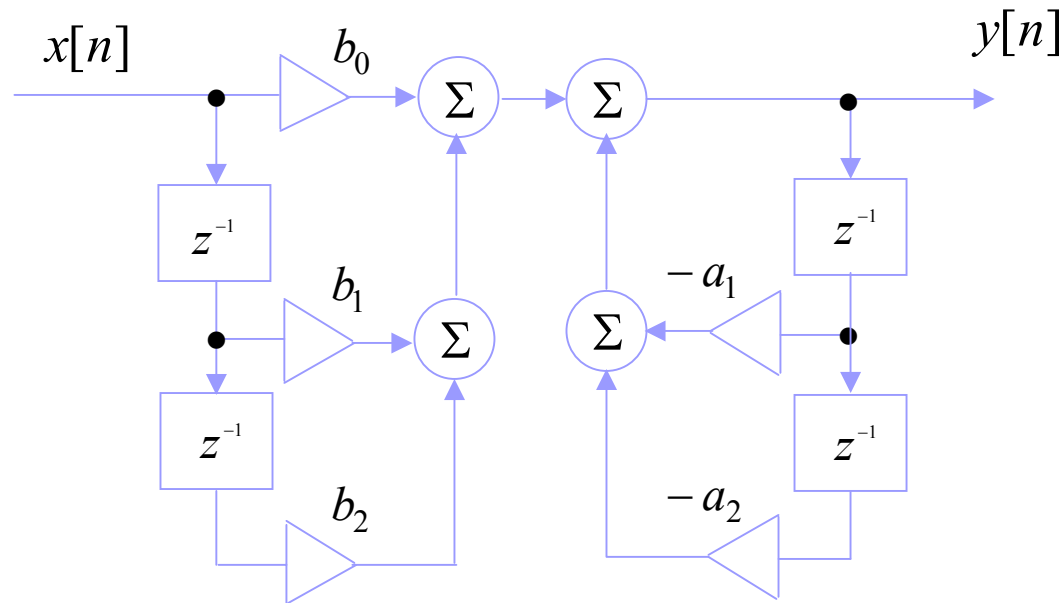
$$W(z) = \frac{X(z)}{1 + a_1 z^{-1}}$$

$$Y(z) = (b_0 + b_1 z^{-1}) W(z) \quad \text{Zatem} \quad H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1}}{1 + a_1 z^{-1}} \quad \text{c.n.d.}$$

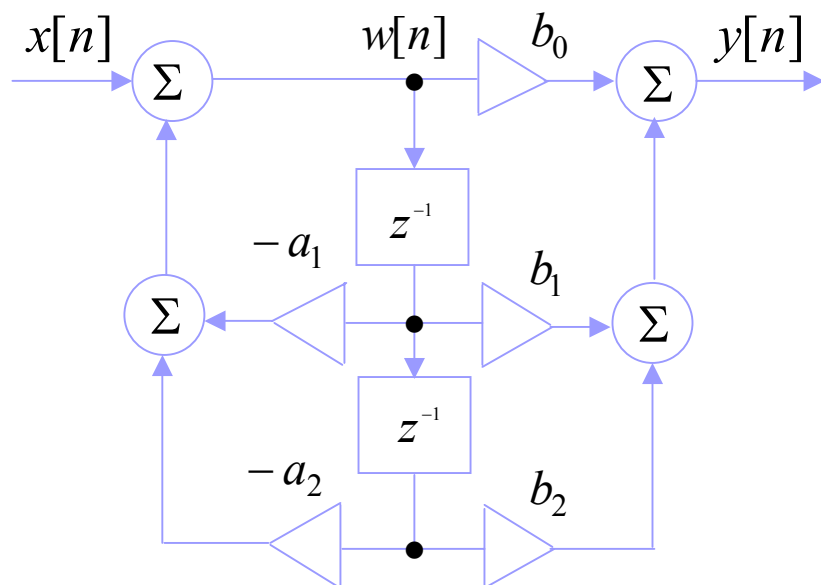
## System IIR drugiego rzędu

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \quad y[n] = b_0 x[n] + b_1 x[n-1] + b_2 x[n-2] - a_1 y[n-1] - a_2 y[n-2]$$

Struktura bezpośrednia 1D (ang. *direct form 1*) rzędu 2



## Struktura bezpośrednia 2D (ang. *direct form 2*) rzędu 2



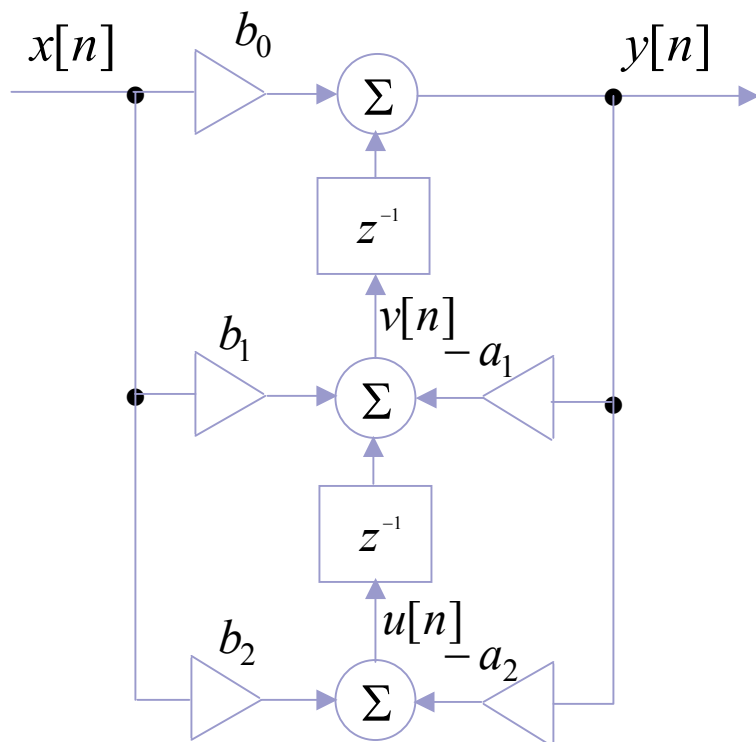
### Algorytm struktury bezpośredniej 2D rzędu 2

$$w[n] = x[n] - a_1 w[n-1] - a_2 w[n-2]$$

$$y[n] = b_0 w[n] + b_1 w[n-1] + b_2 w[n-2]$$

Sprawdzamy transmitancję jako zadanie domowe.

## Struktura 2D transponowana rzędu 2



$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}$$

## Algorytm struktury 2D transponowanej rzędu 2

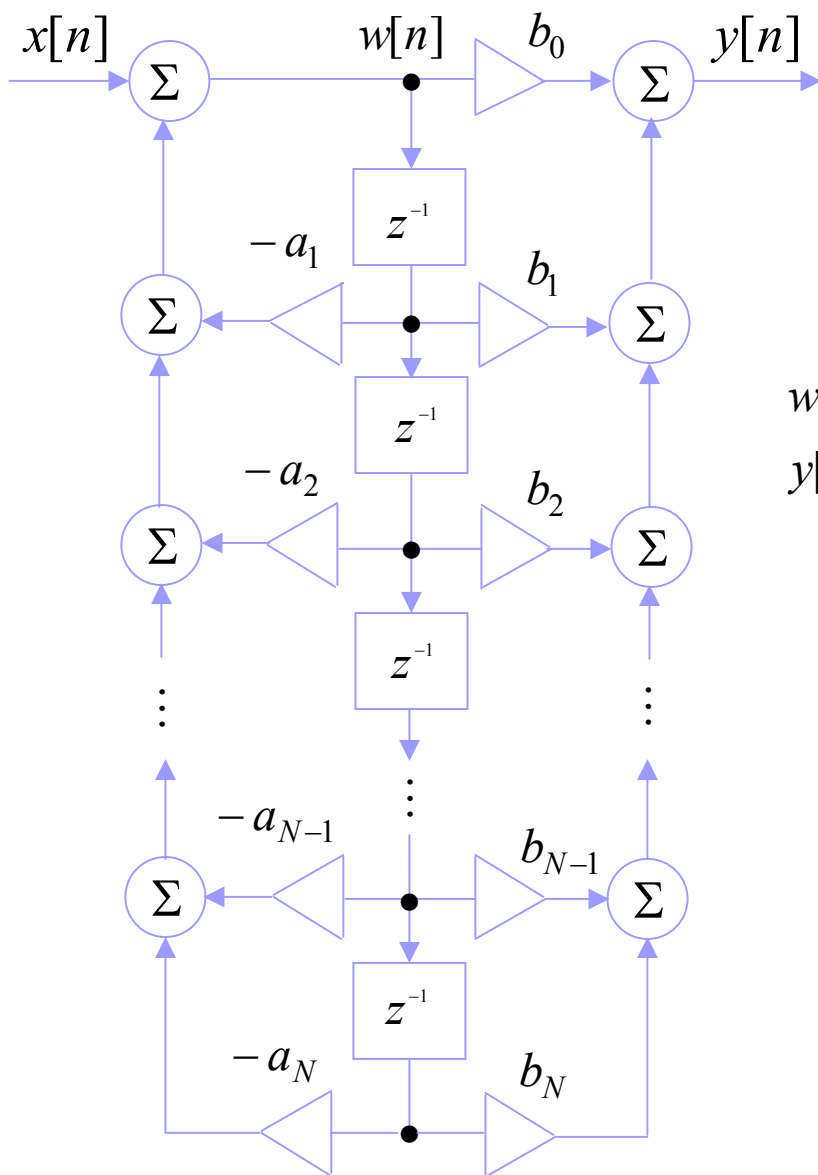
$$y[n] = b_0 x[n] + v[n-1]$$

$$v[n] = b_1 x[n] - a_1 y[n] + u[n-1]$$

$$u[n] = b_2 x[n] - a_2 y[n]$$

Sprawdzamy transmitancję jako zadanie domowe.

## Struktura bezpośrednia 2D (ang. *direct form 2*) rzędu N



$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_N z^{-N}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_N z^{-N}}$$

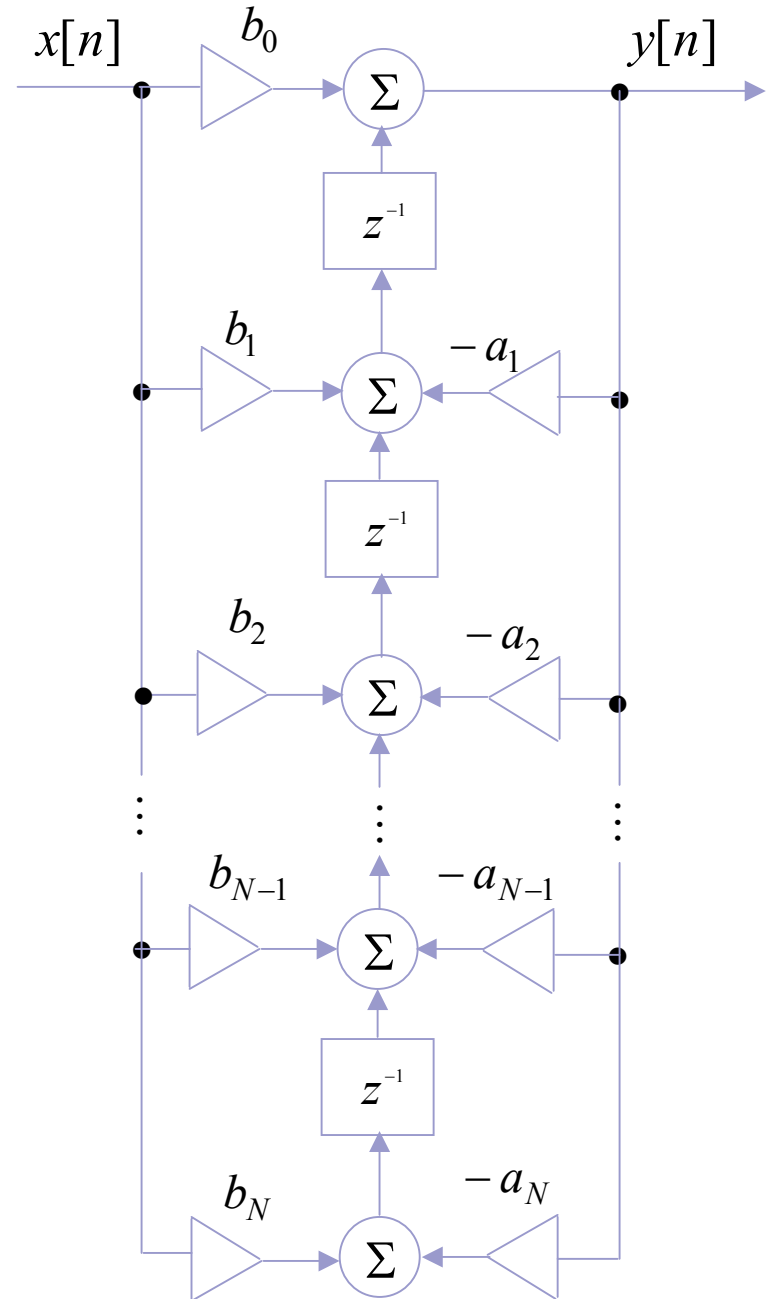
$$w[n] = x[n] - a_1 w[n-1] - a_2 w[n-2] + \dots - a_N w[n-N]$$

$$y[n] = b_0 w[n] + b_1 w[n-1] + b_2 w[n-2] + \dots + b_N w[n-N]$$

## Struktura 2D transponowana rzędu N

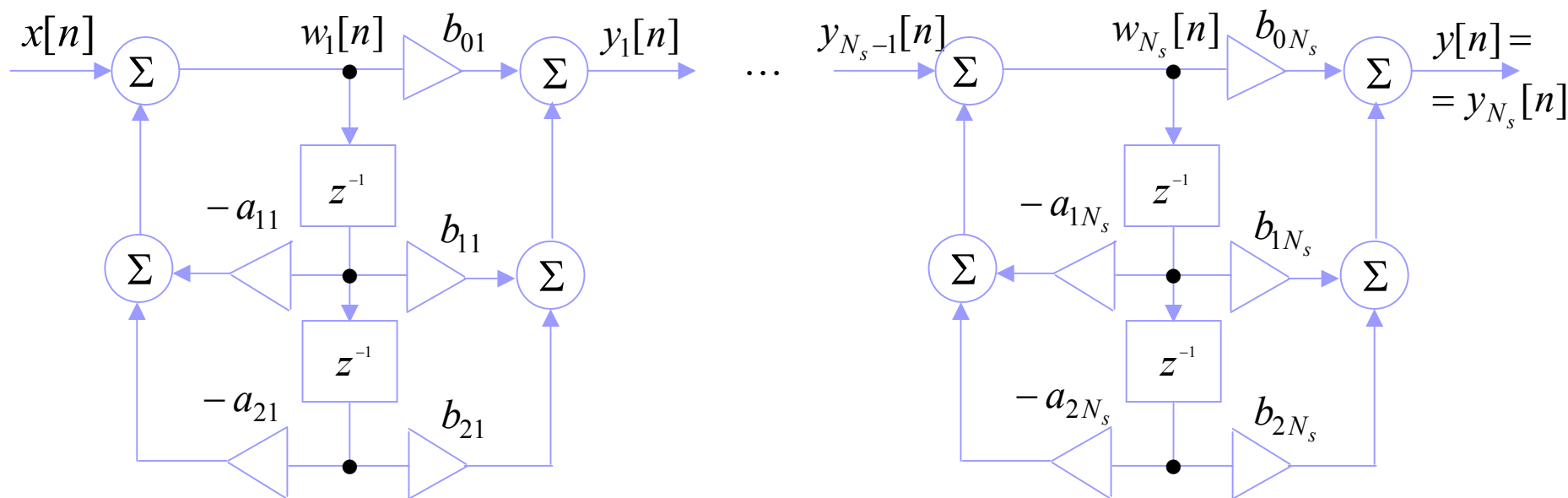
$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_N z^{-N}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_N z^{-N}}$$

Algorytm struktury 2D transponowanej  
rzędu  $N$  – piszemy jako zadanie  
domowe i sprawdzamy transmitancję  
obliczoną z tego algorytmu





## Struktura kaskadowa systemu IIR z sekcjami bikwadratowymi 2D



$$H(z) = \prod_{k=1}^{N_s} \frac{b_{0k} + b_{1k}z^{-1} + b_{2k}z^{-2}}{1 + a_{1k}z^{-1} + a_{2k}z^{-2}}$$

Liczba ogniw  $N_s$

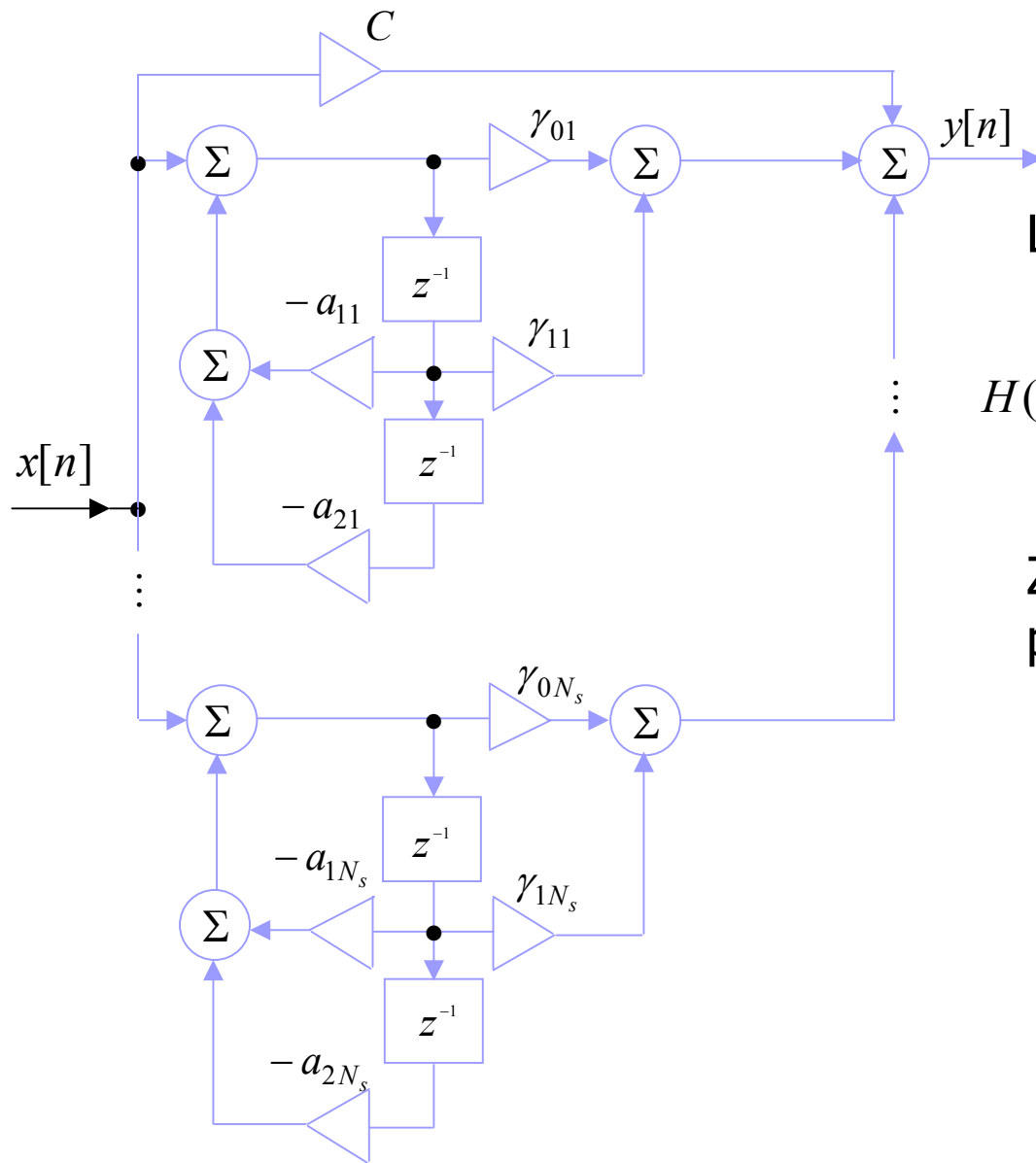
$$y_0[n] = x[n]$$

$$w_k[n] = -a_{1k}w_k[n-1] - a_{2k}w_k[n-2] + y_{k-1}[n], \quad k = 1, 2, \dots, N_s$$

$$y_k[n] = b_{0k}w_k[n] + b_{1k}w_k[n-1] + b_{2k}w_k[n-2], \quad k = 1, 2, \dots, N_s$$

$$y[n] = y_{N_s}[n]$$

# Struktura równoległa systemu IIR z sekcjami bikwadratowymi 2D



Liczba ogniw  $N_s$

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_N z^{-N}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_N z^{-N}}$$

Z rozkładu  $H(z)$  na ułamki proste

$$H(z) = C + \sum_{k=1}^{N_s} \frac{\gamma_{0k} + \gamma_{1k} z^{-1}}{1 + a_{1k} z^{-1} + a_{2k} z^{-2}}$$